الوحدة الثانية: الظواهر الميكانيكية

قوانين نيوتن

شعاع الموضع $\vec{OM}$

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

نحدد الموضع M في لحظة ما بالنسبة المعلم O

وحدته: m

شعاع السرعة $\vec{v}$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$$

$$v_m = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$v = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

تغير الموضع M بدلالة الزمن

في السرعة اللحظية: $\Delta t \to 0$

وحدته: m/s

شعاع التسارع $\vec{a}$

هو تغير سرعة المتحرك M بدلالة الزمن

يرمز له بـ a

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

وحدته: m/s^2

قوانين كبلر

القانون الأول:

تتحرك الكواكب حول الشمس في مسارات إهليلجية تقع الشمس في إحدى محرقيها

القانون الثاني:

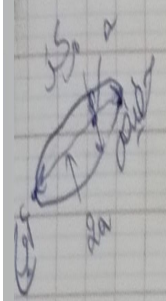
يمسح الخط الفاصل بين مركز الكوكب ومركز الشمس مساحات متساوية خلال أزمنة متساوية

$S_a = S_b$

- سرعة الكوكب تزداد باقترابه من الشمس ليبقى ثابتة

- تسمى أبعد نقطة الأوج

- تسمى أقرب نقطة الحضيض



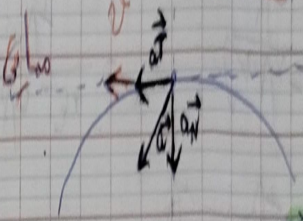
القانون الثالث:

مربع الزمن للكوكب يتناسب طرداً مع مكعب نصف طول المحور الأكبر للكوكب r (a)

$\frac{T^2}{r^3} = K$ (ثابت)

الأضواء

في مجال عزوم:



$\vec{a}_T$: تغير السرعة بدلالة الزمن $\frac{dv}{dt}$

$\vec{a}_N$: معلق بالسرعة $\frac{v^2}{r}$

$\vec{a}$ حيث:

- ثابت: $a_T = 0$ ، $a_N = 0$
- متسارع: $a_T > 0$
- متباطئ: $a_T < 0$

قوانين نيوتن

ق. أول: مبدأ الوطالة يحافظ على $\sum \vec{F}_{ex} = 0$

ق. ثاني: مبدأ الحركة (مركز الوطالة) $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

ق. ثالث: مبدأ الفعل والتفاعل المتبادلين

في جسمين يؤثر على كتلة معينة كتلة ب بمقدار $F_{a/b}$

$\vec{F}_{a/b} = -\vec{F}_{b/a}$

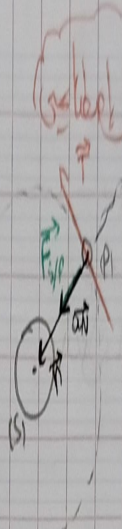
$F_{a/b} = F_{b/a}$

حركة كوكب أو قمر اصطناعي

- الحركة: دائرية منتظمة
- المسار: دائري (r ثابت)
- السرعة: ثابتة
- التسارع: ثابت $\vec{a} \perp \vec{v}$ بالإسقاط على الناظم $\vec{a_N}$

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

- القوة الجاذبة: قوة جذب الجسم المركزي



قانون الجذب العام لنيوتن

- تتجاذب الأجسام فيما بينها بقوة تتناسب طرداً مع جداء كتلتيهما وعكساً مع مربع المسافة الفاصلة بين مركزيهما، ونكتب العلاقة:

$$F_{s/p} = G \cdot \frac{M_s \cdot m_p}{d^2}$$

M_s: كتلة الجسم الجاذب (عادة الشمس) (M_g)

m_p: كتلة الجسم المدروس (كوكب أو قمر) (M_g)

d: المسافة الفاصلة بين مركزيهما (m)

G: ثابت الجذب العام $(G = 6.67 \times 10^{-11}\ SI)$

القانون II لنيوتن

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

الدور (T): هو زمن دورة واحدة للكوكب حول الشمس ويحسب بالعلاقة:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$$

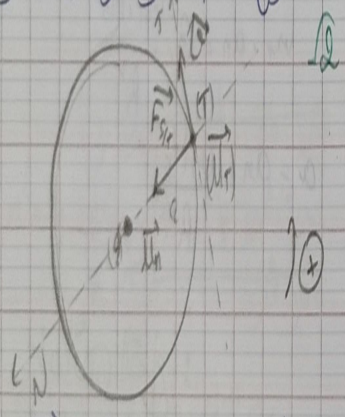
القمر الجيومستقر: هو القمر الذي يبقى ساكن بالنسبة لشخص على سطح الأرض وله ثلاث شروط:

شرط 1:	شرط 2:	شرط 3:
يدور في نفس جهة دوران الأرض	له نفس دور الأرض $(T = 24\,h)$	يوضع في مستوى خط الاستواء

تمرين تطبيقي: أقمر تدور حول القمر الأنثاء بعد الأرض

1) المرجع المناسب لدراسة حركة القمر هو: المرجع المركزي.

2)



3) كتابة العبارة الشعاعية للقوة $\vec{F}_{s/c}$

$$F_{T/S} = G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{R^2}$$

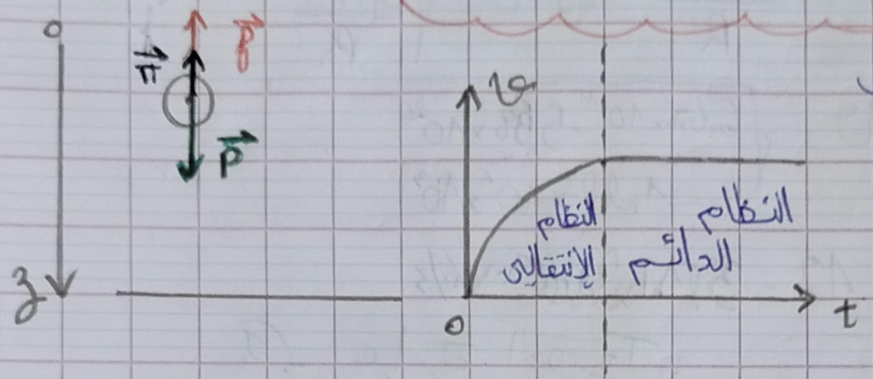
$$\vec{F}_{T/S} = G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{R^2} \cdot \vec{u_n}$$

وبالتالي $T = 16j = 384h = 1382400\ s$

$= 1,38 \times 10^6\ s \simeq T_s$

وهذا يتطابق تقريبا مع النتيجة التي توصلنا إليها في الدراسة

السقوط الشاقولي



الجملة المدروسة: جسم صلب

المرجع: السطحي الأرضي (عطالي)

المعلم: خطي (Oz)

القوى المطبقة:

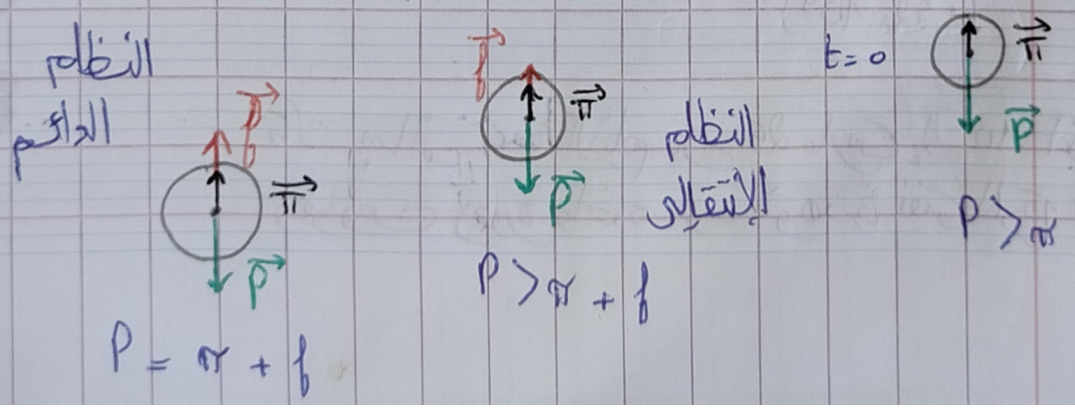
الثقل $\vec{P}$: $P = m \times g$

الإحتكاك $\vec{f}$: $f = K.v^2$ أو $f = K.v$

دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$: هي قوة دفع السائل.

$$\pi = \rho_{air} \times V_s \times g$$

تمثيل القوى:



المعادلة التفاضلية للحركة: هي معادلة تجمع الدالة ومشتقتها:

بتطبيق القانون II لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على المحور $(\vec{oz})$:

$$P - \pi - f = m \cdot a$$

$$m \cdot g - K \cdot v - \pi = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

بالقسمة على m:

$$g - \frac{\pi}{m} = \frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v$$ شكل (01)

بتعويض π نجد:

$$g - \frac{\rho_{air} \cdot V_s \cdot g}{m} = \frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v$$

$$g\left(1 - \frac{\rho_{air} \cdot V_s}{m}\right) = \frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v$$ شكل (02)

نعلم أن: $\rho = \frac{m}{V}$ ومنه $\frac{V_s}{m} = \frac{1}{\rho_s}$ و ρ_s: الكتلة الحجمية للجسم الصلب

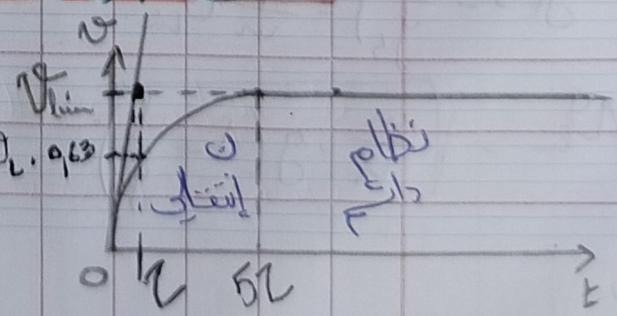
$$g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right) = \frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} v$$ شكل (03)

الدراسة البيانية:

v_{lim}: هي السرعة الحدية لبلوغ الجسم النظام الدائم.

a_0: التسارع الإبتدائي وهو ميل المماس عند المبدأ.

τ: الزمن المميز للحركة (وهو الزمن اللازم



لبلوغ 63% من السرعة الحدية ← معلول فيزيائي

$$g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho_s}\right)=\frac{dv}{dt}+\frac{K}{m}v$$

التسارع الإبتدائي $\left(\frac{dv}{dt}=a_0 ; v=0\right)$

$$g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho_s}\right)=a_0$$

السرعة الحدية v_{lim} $\left(\frac{dv}{dt}=0 ; v=v_{lim}\right)$

$$g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho_s}\right)=\frac{K}{m}v_{lim}$$

$$v_{lim}=\frac{m}{K}\cdot g\cdot\left(1-\frac{\rho_0}{\rho_s}\right)$$

ثابت الزمن τ: $\tau=\frac{m}{K}$

في حالة السرعات الكبيرة $f=Kv^2$:

$$g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho_s}\right)=\frac{dv}{dt}+\frac{K}{m}v^2$$

التسارع الإبتدائي:

$$a_0=g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho_s}\right)$$

السرعة الحدية v_{lim}:

$$g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho_s}\right)=\frac{K}{m}v_{lim}^2$$

$$v_{lim}=\sqrt{\frac{m}{K}\cdot g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho_s}\right)}$$

التحليل البعدي الثابت K :

$$f = K \cdot v \Rightarrow K = \frac{f}{v} \Rightarrow [K] = \frac{[M].[L]}{[T]^2.[L].[T]^{-1}}$$

$$\vec{f} = m.\vec{a}$$

$$f = m.a$$

$$a = m/s^2$$

$$[K] = \frac{[M]}{[T]} = [M][T]^{-1}$$

ومنه وحدة K هي Kg/s .

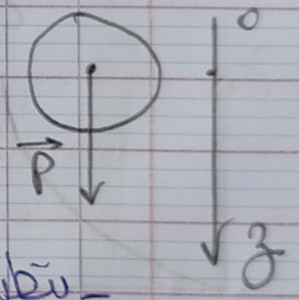
$$f = K.v^2 \Rightarrow K = \frac{f}{v^2} \Rightarrow [K] = \frac{[M].[L]}{[T]^2.[L]^2.[T^{-2}]}$$

$$v^2 = \left(\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$[K] = \frac{[M]}{[L]} = [M].[L]^{-1}$$

ومنه وحدة K في حالة السرعات الكبيرة Kg/m .

السقوط الحر لجسم صلب



الجملة المدروسة : جسم صلب

المرجع : السطح الأرضي (غاليلي)

المعلم : خطي (Oz)

- بتطبيق القانون II لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$$

$$\vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على $(O\vec{z})$: $P = m.a$

$$mg = m.a$$

$$\boxed{a = g} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g$$

التسارع ثابت فالحركة متغيرة بانتظام والتسارع مستقل عن الكتلة والزمن.

الموضع ← اشتقاق ← السرعة ← اشتقاق ← التسارع

تكامل ← تكامل

$v \leftarrow dv$

$t \leftarrow dt$

$z \leftarrow dz$

$\frac{1}{2}t^2 \leftarrow t \cdot dt$

بالتكامل لعبارة التسارع :

$$\frac{v}{t} = g$$

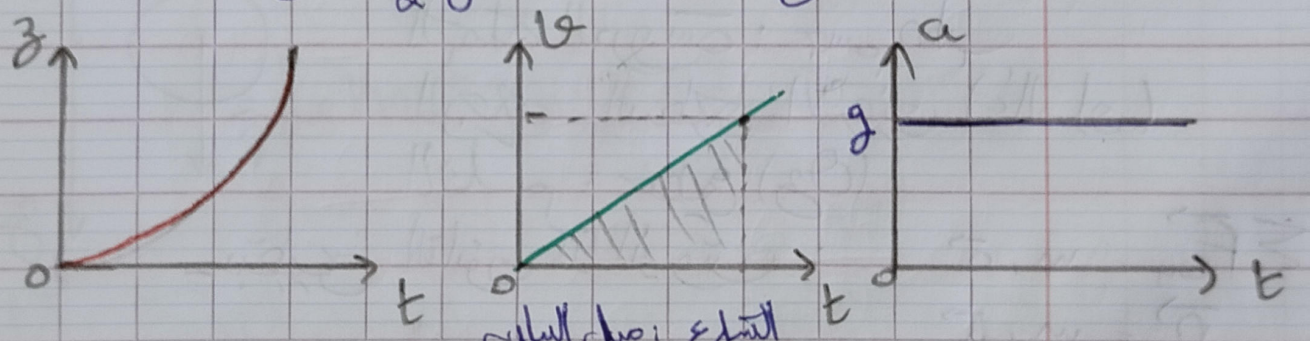
$$\boxed{v = g \cdot t + c_1}$$

حيث c_1 : يدعى ثابت التكامل (الشروط الابتدائية)

حيث ~~مثل~~ : $v = g \cdot t + v_0$

بالتكامل لعبارة السرعة :

$$z = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 \cdot t + z_0$$



التسارع : ميل البيان

المسافة : المساحة

معادلة الزمن : (في حالة غياب الزمن):

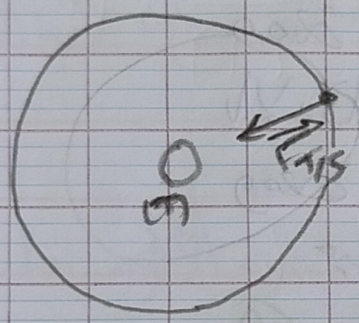
$$v^2 - v_0^2 = 2a(z - z_0)$$

سرعة الوصول — تسارع — المسافة المقطوعة

في حالة سقوط حر:

$$v^2 = 2g.h$$

تمرين تطبيقي: الأقمار:



1) ا) قوة جذب الأرض للقمر $\vec{F}_{T/S}$.

2) إيجاد عبارة g:

نعلم أن $\vec{F}_{T/S} = P$

و $\vec{F}_{T/S} = G.\frac{M_S.M_T}{(R_T+h)^2}$

ومنه $m.g = G.\frac{M_S.M_T}{(R_T+h)^2}$

$$g = \frac{g.M_T}{(R_T+h)^2}$$

بما أن الجاذبية على سطح g_0 فإن: $(h=0)$

$$g_0 = \frac{g.M_T}{R_T^2}$$

وبقسمة $\frac{g}{g_0}$ نجد:

$$\frac{g}{g_0} = \frac{g.M_T}{(R_T+h)^2} \times \frac{R_T^2}{G.M_T}$$

$$\boxed{g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}}$$

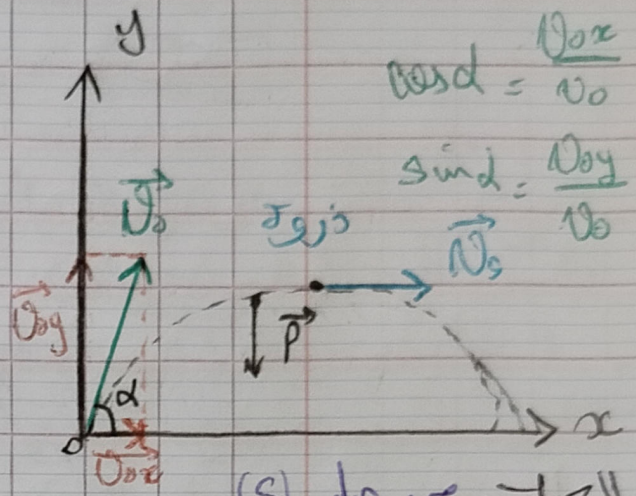
دراسة حركة قذيفة

الشروط الإبتدائية :

$$\begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

$$\cos\alpha = \frac{V_{0x}}{V_0}$$

$$\sin\alpha = \frac{V_{0y}}{V_0}$$



الجملة : جسم صلب (S).

المرجع : السطحي الأرضي (غاليلي).

القوى : الثقل (P).

بتطبيق القانون II لنيوتن :

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على $(\vec{Ox})$:

$$0 = m \cdot a_x$$

$$a_x = 0$$

حركة مستقيمة منتظمة

$(\vec{Oy})$:

$$-P = m \cdot a_y$$

$$-mg = m \cdot a_y$$

$$a_y = -g$$

حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$\underbrace{x, y \xrightarrow{\text{إشتقاق}} v_x, v_y \xrightarrow{\text{إشتقاق}} a_x, a_y}_{\text{تكامل}}$$

المعادلات الزمنية للحركة :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} v_x = C_1 \Rightarrow v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + C_2 \Rightarrow v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

بالتكامل مرة أخرى :

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha t + C_3 \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha t + C_4 \end{cases}$$

الشروط الابتدائية المرفقة (في عدة الحالة $x_0 = 0$ $y_0 = 0$)

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha t \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

معادلة المسار : $y = f(x)$

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)$$

$$y = \frac{-g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha \, x$$

الذروة :

$\boxed{v_y = 0}$ $\boxed{v_x = v_x}$

زمن بلوغ الذروة : $-gt + v_0 \sin\alpha = 0$

$$\boxed{t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}}$$

إحداثيات الذروة: نعوض t في معادلة الموضع x و y.

المدى: هي أكبر مسافة أفقية تصلها القذيفة.

- نعوض $y=0$ في معادلة المسار:

$$\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha\, x = 0$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}x = \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$$

$$\boxed{2\cos\alpha\sin\alpha = \sin 2\alpha} \qquad x = \frac{2\sin\alpha\, v_0^2\cos\alpha}{g}$$

$$x_p = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$$

حساب زمن المدى: $y=0$

$$-\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\, t = 0$$

$$v_0\sin\alpha\, t = \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$$

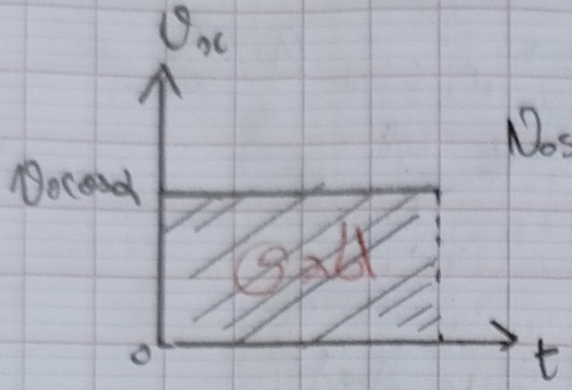
استنتاج: في هذه الحالة زمن المدى هو ضعف زمن الذروة

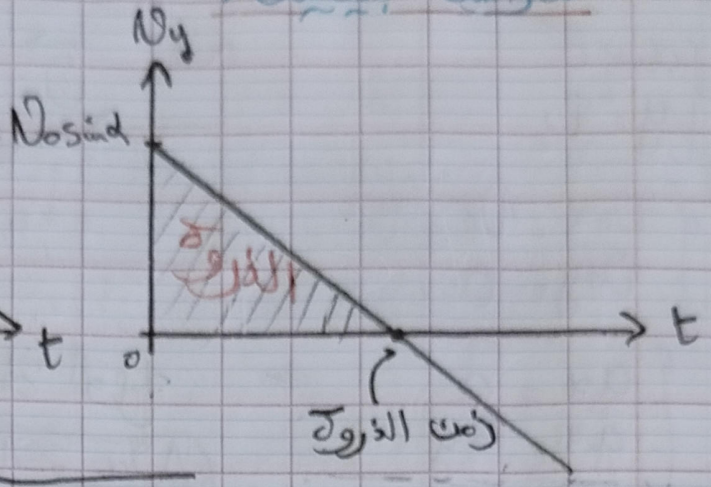
للحصول على أكبر مدى:

v_0: تزيد $\quad$ $\sin 2\alpha$: يأخذ أكبر قيمة 1

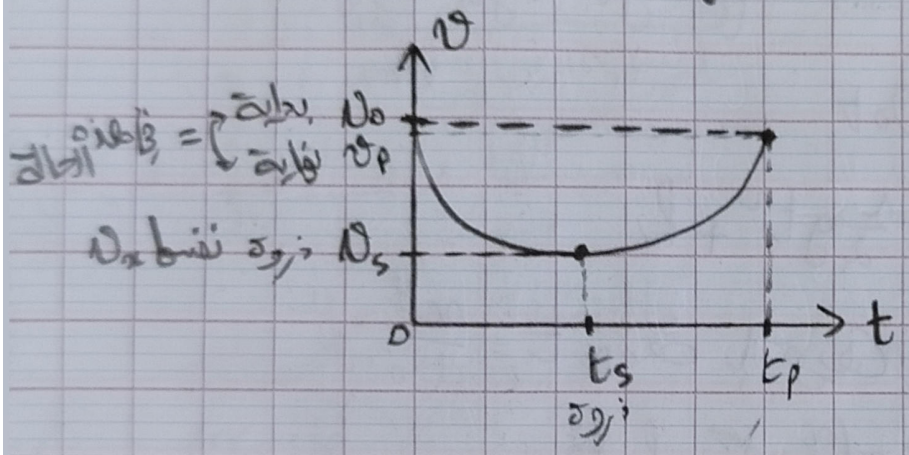
الزاوية تكون $45°$

الدراسة البيانية :

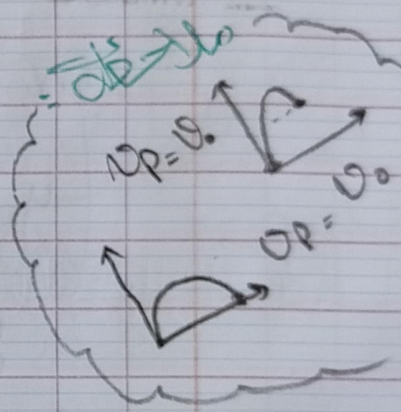




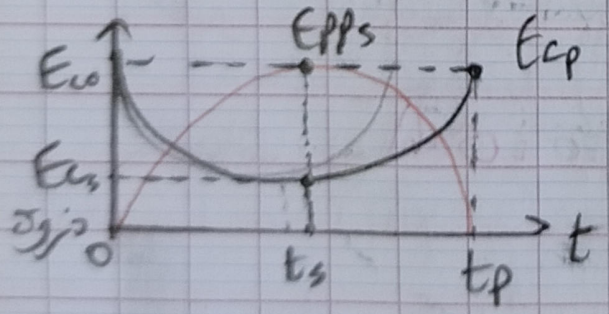
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

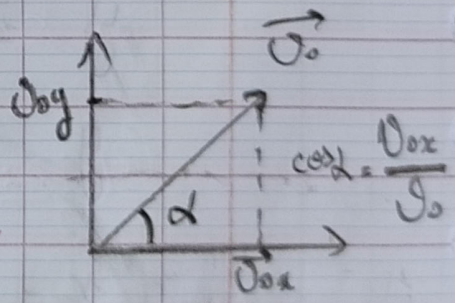


ملاحظة :



منحنى الطاقة الحركية E_c :



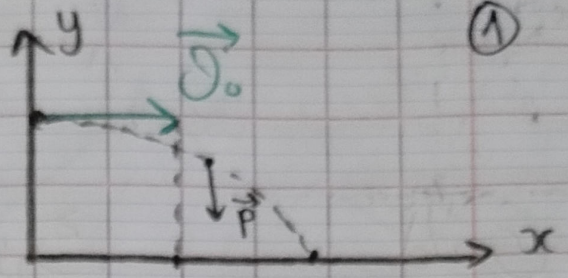


$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{pp} = m g h$$

حالات مختلفة :

①



$$\begin{cases} x = 0 \\ y = h \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

لإيجاد معادلة الموضع :

$$\begin{cases} \boxed{v_x = v_0} \\ \boxed{v_y = -gt} + \cancel{v_{0y}}^{\,0} \end{cases}$$

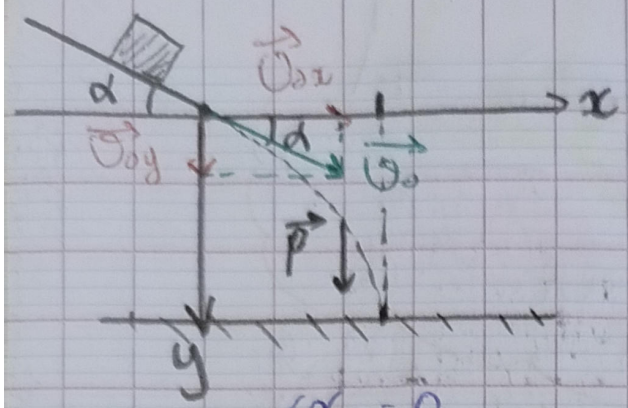
$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + h \end{cases}$$

$t = \frac{x}{v_0}$ ونعوض بالتعويض في y :

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + h$$

$$y = \frac{-g}{2v_0^2} x^2 + h$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2v_0^2 h}{g}}$$ $y = 0$: الحل



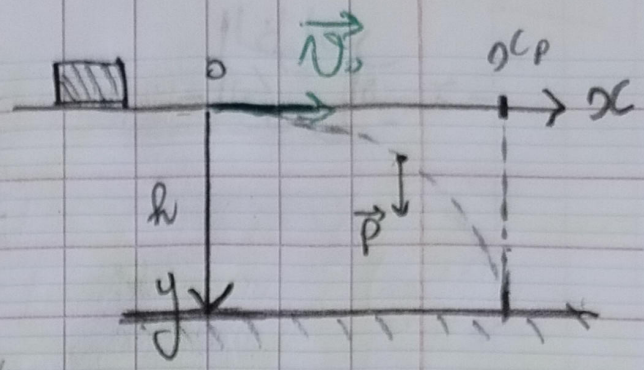
$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_x = g \text{ (نفس جهة المحور)} \end{cases}$$

م. المسار: $y = \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha\, x$

الحد: $y = h$



$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0y} = 0 \\ v_{0x} = v_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

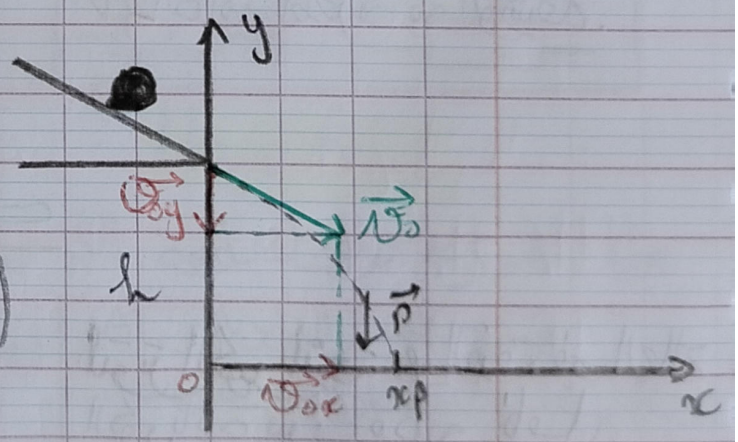
م. المسار: $y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$

الحد: $y = h$

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0y} = -v_0 \sin\alpha \end{cases} \text{ (عكس جهة المحور)}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$



م. المسار: $y = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 - \tan\alpha\, x + h$

الحد: $y = 0$